

第1讲 一元二次方程的概念及解法练习

一、一元二次方程的概念

练习

1. 2017~2018学年四川成都金牛区成都外国语学校初三上学期期中第1题3分 ★★

下列方程 (1) $-x^2 + 2 = 0$; (2) $2x^2 - 3x = 0$; (3) $-3x^2 = 0$; (4) $x^2 + \frac{1}{x} = 0$; (5) $\frac{x^2 + 3}{2} + 5x = 0$; (6) $2x^2 - 1 = 2(x - 2)(x + 1) + 5x$ 中, 一元二次方程有 () 个.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】 C

【解析】 根据一元二次方程定义三个条件, 含有一个未知数, 未知数最高次数为二, 整式方程, (1) (2) (3) (5) 是一元二次方程, 选 C.

【标注】 【能力】 运算能力

【知识点】 一元二次方程的定义

2. 2016~2017学年上海徐汇区西南位育中学初二上学期期末模拟第13题 ★★

在以下4个方程中① $(a - 3)x^2 = 8(a \neq 3)$, ② $x^2 + y - 8 = 0$, ③ $x^2 + 6x = x(3x - 1)$, ④ $ax^2 + bx + c = 0$ 一定是一元二次方程的有几个 () .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【解析】 根据一元二次方程的定义, 可知有2个方程为一元二次方程.

【标注】 【知识点】 一元二次方程的定义

3. 2019~2020学年山东菏泽东明县初三上学期期中第13题3分 ★★

方程 $(n - 3)x^{|n|-1} + 3x + 3n = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -3

【解析】 $\because$ 方程 $(n - 3)x^{|n|-1} + 3x + 3n = 0$ 是一元二次方程,
 $\therefore |n| - 1 = 2$, 且 $n - 3 \neq 0$, 即 $n = -3$.

故答案为：-3 .

【标注】【知识点】由一元二次方程定义求参数的值

4. ★★

如果关于 x 的方程 $(m-3)x^{m^2-7} - x + 3 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 的值为 _____ .

【答案】 -3

【解析】 由一元二次方程定义可知，最高次项指数为 2，平方项系数不为 0，计算可得， $m = -3$.

【标注】【知识点】由一元二次方程定义求参数的值

5. ★★★

已知关于 x 的方程 $(a-2)x^2 - ax = x^2 - 1$ 是一元二次方程，求 a 的取值范围 .

- A. $a \neq 5$ B. $a \neq 3$ C. $a \neq 4$ D. $a \neq 2$

【答案】 B

【解析】 根据一元二次方程的定义，应当满足 $a-2-1 \neq 0$ ， $a \neq 3$.

故选 B .

【标注】【知识点】由一元二次方程定义求参数的值

6. ★

若方程 $(m^2-1)x^2 + \sqrt{m+1} \cdot x - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 的取值范围是 () .

- A. $m \neq \pm 1$ B. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$ C. $m \geq -1$ D. $m > -1$ 且 $m \neq 1$

【答案】 D

【解析】 由一元二次方程的定义可知 $\begin{cases} m+1 \geq 0 \\ m^2-1 \neq 0 \end{cases}$ ，解得 $m > -1$ 且 $m \neq 1$.

【标注】【知识点】由一元二次方程定义求参数的值

|| 练习

7. 2016~2017 学年 3 月浙江杭州拱墅区杭州锦绣·育才中学附属学校初二下学期月考第 13 题 4 分 ★★

把一个一元二次方程 $(x-\sqrt{3})^2 + (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = x^2$ 化为一般式为 _____ .

【答案】 $x^2 - 2\sqrt{3}x = 0$

【解析】 $(x - \sqrt{3})^2 + (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = x^2$,
 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 + x^2 - 3 = x^2$,
则 $x^2 - 2\sqrt{3}x = 0$.

【标注】【知识点】一元二次方程的一般形式

8. ★★

把关于 x 的一元二次方程 $(2 - n)x^2 - n(3 - x) + 1 = 0$ 化成一般形式为 _____ , 二次项系数为 _____ , 一次项系数为 _____ , 常数项为 _____ .

【答案】 $(2 - n)x^2 + nx - 3n + 1 = 0$; $2 - n$; n ; $-3n + 1$

【解析】一元二次方程一般形式为 $ax^2 + bx + c = 0$
故只需将原方程：去括号、合并同类项、降幂排列即可 .

【标注】【知识点】一元二次方程的一般形式

9. ★★

关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2a - 1)x + 5 - a = ax + 1$ 的一次项系数为 4 , 则 $a^2 - 1 =$ _____ .

【答案】 24

【解析】移项，得 $x^2 + (2a - 1)x + 5 - a - ax - 1 = 0$,
即 $x^2 + (a - 1)x + 4 - a = 0$,
 $\therefore$ 一次项系数为 4 ,
 $\therefore a - 1 = 4$, 解得： $a = 5$,
 $\therefore a^2 - 1 = 5^2 - 1 = 24$.

【标注】【知识点】一元二次方程的一般形式

10. 2017~2018学年上海长宁区延安初级中学初三下学期期中（五四制）第12题 ★★★

用换元法解方程 $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-1} = y$, 那么将原方程变形后表示为关于 y 的一元二次方程一般形式是 _____ .

【答案】 $3y^2 + 3y - 2 = 0$

【解析】 $\therefore \frac{3x}{x-1} - \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$,

$$\text{令 } \frac{x}{x-1} = y,$$

$$\therefore 3y - \frac{2}{y} + 3 = 0,$$

$$\therefore 3y^2 + 3y - 2 = 0,$$

$\therefore$ 用换元法将原方程变形后表示为关于 y 的一元二次方程为 $3y^2 + 3y - 2 = 0$.

【标注】【知识点】一元二次方程的一般形式

11. ★★

判断下列方程是不是一元二次方程，如果是，写出它的一般式中的二次项系数、一次项系数和常数项。

(1) $2x^2 - kx = 1$ (k 为常数) .

(2) $mx^2 - 3x + 2 = 0$ (m 为常数) .

(3) $(a^2 + 1)x^2 + (2a - 1)x + 5 - a = 0$ (a 为常数) .

(4) $3(x - 1)^2 = 7(x + 1)$.

(5) $x(x + 1) = x^2 - 3$.

(6) $x + \frac{1}{x} = 2$.

(7) $2\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{x} + 2 = 0$.

(8) $x^2 + x + \sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3}x$.

【答案】 (1) 是，二次项系数 2；一次项系数 $-k$ ；常数项 -1 .

(2) 不是 .

(3) 是，二次项系数 $a^2 + 1$ ；一次项系数 $2a - 1$ ；常数项 $5 - a$.

(4) 是，二次项系数 3；一次项系数 -13 ；常数项 -4 .

(5) 不是 .

(6) 不是 .

(7) 不是 .

(8) 是，二次项系数 1；一次项系数 $1 + 2\sqrt{3}$ ；常数项 $\sqrt{3} - 3$.

【解析】 (1) 是，二次项系数 2；一次项系数 $-k$ ；常数项 -1 .

(2) 不是， $m = 0$ ，则不是 .

(3) 是，二次项系数 $a^2 + 1$ ；一次项系数 $2a - 1$ ；常数项 $5 - a$.

(4) 是，二次项系数 3；一次项系数 -13 ；常数项 -4 .

(5) 不是，该方程是一元一次方程 .

(6) 不是，该方程是分式方程 .

(7) 不是，该方程是分式方程 .

(8) 是，二次项系数 1；一次项系数 $1 + 2\sqrt{3}$ ；常数项 $\sqrt{3} - 3$.

【标注】【知识点】一元二次方程的定义

练习

12. 2019~2020学年广东深圳罗湖区初三上学期期末 ★★★

方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解，则 m 的值为 _____ .

【答案】 -3

【解析】 解： $2x - 4 = 0$,

解得： $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 得 ,

$4 + 2m + 2 = 0$,

解得： $m = -3$.

故答案为： -3 .

【标注】【知识点】一元二次方程的定义；常规一元一次方程解法

13. 2018~2019学年安徽合肥庐阳区合肥市第四十二中学初二下学期期中第9题3分 ★★

若关于 x 的一元二次方程为 $ax^2 + bx + 5 = 0$ ($a \neq 0$) 的解是 $x = 1$, 则 $2013 - a - b$ 的值是 () .

A. 2018

B. 2008

C. 2014

D. 2012

【答案】 A

【解析】 $\because x = 1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 的一个根 ,

$\therefore a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 5 = 0$,

$\therefore a + b = -5$,

$\therefore 2013 - a - b = 2013 - (a + b) = 2013 - (-5) = 2018$.

故选： A .

【标注】【知识点】利用根求代数式的值

14. 2019~2020学年9月福建福州台江区福州华伦中学初三上学期月考第11题4分 ★★

若 m 是方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根，则 $6m^2 - 9m + 2015$ 的值为 _____ .

【答案】 2018

【解析】 由题意可知： $2m^2 - 3m - 1 = 0$,

$\therefore 2m^2 - 3m = 1$,

$$\therefore \text{原式} = 3(2m^2 - 3m) + 2015 = 2018 .$$

【标注】【知识点】利用根求代数式的值

15. 初二下学期单元测试《一元二次方程》2016-2017北京西城八中第5题 ★★

若 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两根，则 $(x_1^2 + x_1 - 2)(x_2^2 + x_2 - 2)$ 的值为 () .

- A. 2 B. -2 C. -1 D. 1

【答案】 D

【解析】 $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 两根，

$$\therefore x_1^2 + x_1 - 1 = 0, \quad x_2^2 + x_2 - 1 = 0,$$

$$\therefore (x_1^2 + x_1 - 2) \div (x_2^2 + x_2 - 2)$$

$$= (x_1^2 + x_1 - 1 - 1)(x_2^2 + x_2 - 1 - 1)$$

$$= 1 .$$

故选 D .

【标注】【知识点】利用根求代数式的值

16. 2017~2018学年福建三明大田县初三上学期期中第10题4分 ★★★

关于 x 的方程 $m(x+h)^2 + k = 0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1 = -3, x_2 = 2$, 则方程 $m(x+h-3)^2 + k = 0$ 的解是 () .

- A. $x_1 = -6, x_2 = -1$ B. $x_1 = 0, x_2 = 5$
C. $x_1 = -3, x_2 = 5$ D. $x_1 = -6, x_2 = 2$

【答案】 B

【解析】 解方程 $m(x+h)^2 + k = 0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 得 $x = -h \pm \sqrt{-\frac{k}{m}}$,

而关于 x 的方程 $m(x+h)^2 + k = 0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1 = -3,$

$$x_2 = 2,$$

$$\text{所以 } -h - \sqrt{-\frac{k}{m}} = -3, \quad -h + \sqrt{-\frac{k}{m}} = 2,$$

$$\text{方程 } m(x+h-3)^2 + k = 0 \text{ 的解为 } x = 3 - h \pm \sqrt{-\frac{k}{m}},$$

$$\text{所以 } x_1 = 3 - 3 = 0, \quad x_2 = 3 + 2 = 5 .$$

【标注】【知识点】换元法求一元二次方程的根

17. 2019~2020学年5月湖南长沙雨花区长沙市第十一中学初二下学期周测C卷第2题 ★★

若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ 和 $a - b + c = 0$, 则方程的根是 () .

- A. 1, 0 B. -1, 0 C. 1, -1 D. 无法确定

【答案】 C

【解析】 当 $x = 1$ 时, 有 $a + b + c = 0$,
当 $x = -1$ 时, 有 $a - b + c = 0$,
 $\therefore$ 方程的根是 1, -1 .

【标注】 【知识点】一元二次方程的根

18. 2017年浙江温州中考真题第8题4分 ★★★

我们知道方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解是 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$, 现给出另一个方程 $(2x + 3)^2 + 2(2x + 3) - 3 = 0$, 它的解是 () .

- A. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ B. $x_1 = 1$, $x_2 = -3$
C. $x_1 = -1$, $x_2 = 3$ D. $x_1 = -1$, $x_2 = -3$

【答案】 D

【解析】 设 $2x + 3 = y$.
则原方式可化为 $y^2 + 2y - 3 = 0$.
 $\therefore$ 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 有两个解 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$.
 $\therefore y_1 = 1$, $y_2 = -3$.
则 $2x + 3 = 1$ 或 $2x + 3 = -3$.
解得 $x = -1$ 或 $x = -3$.

【标注】 【知识点】换元法求一元二次方程的根

二、一元二次方程的解法

练习

19. 2017~2018学年天津南开区初三上学期期中第19.1题4分 ★★

用适当方法解方程: $(3x - 1)^2 = (x + 1)^2$.

【答案】 $x_1 = 1$, $x_2 = 0$.

【解析】 $3x - 1 = x + 1$ 或 $3x - 1 = -x - 1$,

$$x_1 = 1, x_2 = 0.$$

【标注】【知识点】直接开平方法求一元二次方程的根

20. ★

快速求出下列各式中 x 的值.

(1) $x^2 = 9$.

(2) $2x^2 - 50 = 0$.

(3) $\frac{1}{3}(5x - 1)^2 - 3 = 0$.

(4) $(10 - 0.2x)^2 = 0.64$.

【答案】 (1) ± 3

(2) ± 5

(3) $\frac{-2}{5}, \frac{4}{5}$.

(4) 54, 46.

【解析】 (1) $x = \pm 3$

(2) $x^2 = 25, x = \pm 5$.

(3) $(5x - 1)^2 = 9, 5x - 1 = \pm 3, x = \frac{-2}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$.

(4) $10 - 0.2x = \pm 0.8, x = 54$ 或 46 .

【标注】【知识点】直接开平方法求一元二次方程的根

【知识点】平方根

【能力】运算能力

21. ★★★★★

解方程:

(1) $\left(\frac{2}{3}x + 1\right)^2 = 9$.

(2) $\frac{(2x - 1)^2}{3} = 12$.

【答案】 (1) $x_1 = 3, x_2 = -6$.

(2) $x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = -\frac{5}{2}$.

【解析】 (1) $\frac{2}{3}x + 1 = 3, \frac{2}{3}x = 2, x = 3$

或 $\frac{2}{3}x + 1 = -3, \frac{2}{3}x = -4, x = -6$.

$$(2) (2x-1)^2 = 36, 2x-1 = 6, x = \frac{7}{2}$$

$$\text{或 } 2x-1 = -6, x = -\frac{5}{2}.$$

【标注】【知识点】直接开平方法求一元二次方程的根

练习

22. 初三上学期单元测试《一元二次方程》一元二次方程的概念和解法第10题 ★★

用配方法解方程： $9x^2 - 12x = 1$.

【答案】 $x_1 = \frac{2+\sqrt{5}}{3}, x_2 = \frac{2-\sqrt{5}}{3}$.

【解析】 配方得： $9x^2 - 12x + 4 = 1 + 4$,

$$\text{即 } (3x-2)^2 = 5 ,$$

$$\text{开方得： } 3x-2 = \pm\sqrt{5} ,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{2+\sqrt{5}}{3}, x_2 = \frac{2-\sqrt{5}}{3} .$$

【标注】【知识点】配方法求一元二次方程的根

【能力】运算能力

23. ★★

用配方法解方程： $2x^2 + 3x + 1 = 0$.

【答案】 $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2}$.

【解析】 $2x^2 + 3x + 1 = 0$,

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0 ,$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} ,$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2} .$$

【标注】【知识点】配方法求一元二次方程的根

24. 2013~2014学年山东青岛市北区初三上学期期中第18题8分 ★★★

解下列方程：

(1) $(x+5)(x+1) = 12$ (用配方法) .

(2) $3x^2 + 8x - 3 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = 1, x_2 = -7$.

$$(2) x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}.$$

【解析】(1) 方程整理得： $x^2 + 6x = 7$,

$$\text{配方得：} x^2 + 6x + 9 = 16, \text{ 即 } (x+3)^2 = 16,$$

$$\text{开方得：} x+3 = 4 \text{ 或 } x+3 = -4,$$

$$\text{解得：} x_1 = 1, x_2 = -7.$$

(2) 分解因式得： $(x+3)(3x-1) = 0$,

$$x+3 = 0 \text{ 或 } 3x-1 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{3}.$$

【标注】【思想】方程思想

【能力】运算能力

【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

【知识点】配方法求一元二次方程的根

【方法】配方法

25. ★★

已知 $12 < m < 40$ ，且关于 x 的二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ 有两个整数根，求整数 m () .

A. 20

B. 22

C. 23

D. 24

【答案】D

【解析】由原方程有整数解可知， $\Delta = 4(m+1)^2 - 4m^2 = 4(2m+1)$ 必然是一个完全平方数 .

又 $12 < m < 40$ 可知， $25 < 2m+1 < 81$ ，又 $2m+1$ 为奇数，

$$\text{故 } 2m+1 = 49 \Rightarrow m = 24.$$

不妨设 $x_1 > x_2$ ，则 $x_1 = 32$ ， $x_2 = 18$

$$\text{故 } m = 24.$$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

练习

26. 2014~2015学年天津和平区初三上学期期中 ★★

解下列方程：

$$4x^2 - 3x = x + 1.$$

【答案】(1) $x_1 = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ， $x_2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$.

【解析】 (1) 方程化为 $4x^2 - 4x - 1 = 0$, $a = 4$, $b = -4$, $c = -1$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 32 > 0 ,$$

方程有两个不相等实数根 ,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{32}}{2 \times 4} = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2} ,$$

$$\text{即 } x_1 = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} , x_2 = \frac{1 - \sqrt{2}}{2} .$$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

27. 2018~2019学年9月四川广安广安区四川广安中学初三上学朞月考第17题6分 ★★

解方程 : $2x^2 - 4x - 5 = 0$. (公式法)

【答案】 $x_1 = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} , x_2 = \frac{2 - \sqrt{14}}{2} .$

【解析】 $2x^2 - 4x - 5 = 0$,

$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 56 ,$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{2 \times 2} ,$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} , x_2 = \frac{2 - \sqrt{14}}{2} .$$

【标注】【知识点】公式法求一元二次方程的根

28. ★★

用公式法解方程 .

(1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

(2) $2x^2 + 3x - 3 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = \frac{2}{5} , x_2 = 1$.

(2) $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{4} , x_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{4} .$

【解析】 (1) $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 5 \times 2 = 9$,

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10} ,$$

$$\therefore x_1 = 1 , x_2 = \frac{2}{5} .$$

(2) $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 33$,

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4} ,$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{33} - 3}{4} , x_2 = \frac{-\sqrt{33} - 3}{4} .$$

【标注】【知识点】公式法求一元二次方程的根

29. 2016~2017学年上海徐汇区西南位育中学初二上学期期末模拟第17.2题 ★★

用适当的方法解方程： $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$.

【答案】 $x = -\sqrt{6} \pm 2\sqrt{2}$.

【解析】 $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$.

$$x^2 + 2\sqrt{6}x - 2 = 0 .$$

$$x = \frac{-2\sqrt{6} \pm 4\sqrt{2}}{2} .$$

$$x = -\sqrt{6} \pm 2\sqrt{2} .$$

【标注】 【知识点】 公式法解一元二次方程的一般步骤

30. ★★★

解关于 x 的方程： $mx^2 - (3m^2 + 2)x + 6m = 0$.

【答案】 当 $m = 0$ 时， $x = 0$ ；当 $m \neq 0$ 时， $x_1 = 3m$ ， $x_2 = \frac{2}{m}$.

【解析】 方法一：（1）当 $m = 0$ 时，原方程为： $-2x = 0$ ， $\therefore x = 0$.

（2）当 $m \neq 0$ 时，原方程是一元二次方程 .

（公式法）

$$\therefore a = m, b = -(3m^2 + 2), c = 6m,$$

$$\therefore b^2 - 4ac = [-(3m^2 + 2)]^2 - 4 \times m \times 6m = (3m^2 - 2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x = \frac{(3m^2 + 2) \pm \sqrt{(3m^2 - 2)^2}}{2m} = \frac{(3m^2 + 2) \pm (3m^2 - 2)}{2m} .$$

$$\therefore x_1 = 3m, x_2 = \frac{2}{m} .$$

方法二：若 $m = 0$ ，则 $-2x = 0$ ， $x = 0$ ；

若 $m \neq 0$ ，则 $mx^2 - (3m^2 + 2)x + 6m = 0$ ， $(mx - 2)(x - 3m) = 0$ ，故 $x_1 = \frac{2}{m}$ ，

$$x_2 = 3m .$$

故答案为： $x_1 = \frac{2}{m}$ ， $x_2 = 3m$.

【标注】 【知识点】 一元二次方程根的判别式

|| 练习

31. ★★

用因式分解法解方程： $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

【答案】 $x_1 = 3$ ， $x_2 = \frac{1}{2}$.

【解析】 $(x-3)(2x-1)=0$,

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{2} .$$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

32. 2015~2016学年北京丰台区丰台二中初二下学期期中第17题8分 ★★

解方程：

(1) $3x^2 + 2x - 5 = 0$

(2) $x(x-1) = 2 - 2x$

【答案】 (1) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$.

(2) $x_1 = 1, x_2 = -2$.

【解析】 (1) $3x^2 + 2x - 5 = 0$,

$$(x-1)(3x+5) = 0 ,$$

$$\therefore \text{原方程的解为 } x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3} .$$

(2) $x^2 - x = 2 - 2x$,

$$x^2 - x + 2x - 2 = 0 ,$$

$$x^2 + x - 2 = 0 ,$$

$$(x+2)(x-1) = 0 ,$$

$$\therefore \text{原方程的解为 } x_1 = 1, x_2 = -2 .$$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

33. ★★★

用因式分解法解下列方程：

(1) $x^2 + 5x = 0$.

(2) $3x(x-2) = 2x-4$.

(3) $16(x-7)^2 - 9(x+2)^2 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = 0, x_2 = -5$.

(2) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$.

(3) $x_1 = \frac{22}{7}, x_2 = 34$.

【解析】 (1) $x^2 + 5x = 0$,

$$\text{即 } x(x+5) = 0 ,$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x + 5 = 0 ,$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = -5.$$

$$(2) \text{ 移项得 } 3x(x-2) - (2x-4) = 0,$$

$$\text{即 } 3x(x-2) - 2(x-2) = 0,$$

$$\text{因式分解得 } (3x-2)(x-2) = 0,$$

$$\therefore 3x-2=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2.$$

$$(3) \text{ 原方程化为 } [4(x-7)]^2 - [3(x+2)]^2 = 0,$$

$$\text{因式分解得 } [4(x-7) + 3(x+2)] \cdot [4(x-7) - 3(x+2)] = 0,$$

$$\text{化简得 } (7x-22)(x-34) = 0,$$

$$\therefore 7x-22=0 \text{ 或 } x-34=0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{22}{7}, x_2 = 34.$$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根

34. ★★

用因式分解法解方程：

$$(1) (x-3)^2 + 4x(x-3) = 0.$$

$$(2) (x+2)(x-1) = 10.$$

【答案】 (1) $x_1 = 3, x_2 = \frac{3}{5}.$

(2) $x_1 = -4, x_2 = 3.$

【解析】 (1) $(x-3)(x-3+4x) = 0, (x-3)(5x-3) = 0, x_1 = 3, x_2 = \frac{3}{5}.$

(2) $x^2 + x - 12 = 0, (x+4)(x-3) = 0, x_1 = -4, x_2 = 3.$

【标注】【知识点】因式分解法求一元二次方程的根